Resolução do exercício 30

Considere os seguintes dados, que dizem respeito ao peso de 37 crianças de uma determinada classe etária:

18.2	17.4	17.6	16.7	17.1	20.1	17.9	16.8	19.6	18.4	17.7	19.3	
18.4	18.6	17.8	16.9	20.6	19.8	18.7	17.5	17.8	18.3	18.9	19.6	
20.6	18.7	18.3	18.8	19.6	18.6	19.9	20.7	19.6	18.9	20.8	19.6	20.4

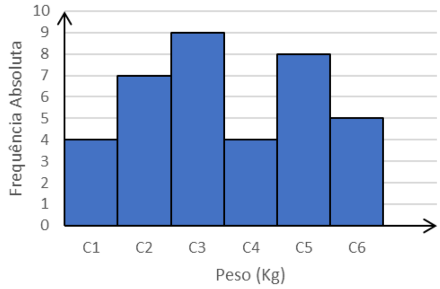
a) Sugira uma distribuição de probabilidade que lhe pareça ajustar-se à população subjacente aos dados. Justifique a sua escolha.

Regra de Sturges $\Rightarrow$ k = 6 classes

r = 20.8 – 16.7 = 4.1; r/k = 4.1/6 = 0.683(3) $\rightarrow$ h = 0.7

	Classe	n_i
C1	[16.7, 17.4)	4
C2	[17.4, 18.1)	7
C3	[18.1, 18.8)	9
C4	[18.8, 19.5)	4
C5	[19.5, 20.2)	8
C6	[20.2, 20.9)	5

Não muito elucidativo

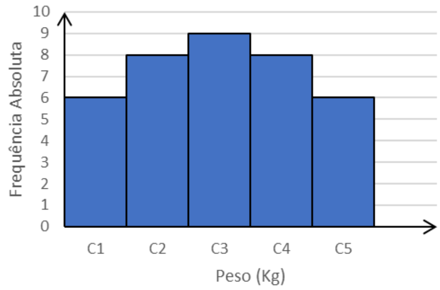


k = 5 classes

r/k = 4.1/5 = 0.82 $\rightarrow$ h = 0.82

	Classe	n_i
C1	[16.70, 17.52)	6
C2	[17.52, 18.34)	8
C3	[18.34, 19.16)	9
C4	[19.16, 19.98)	8
C5	[19.98, 20.80]	6

Mais elucidativo: Uniforme?

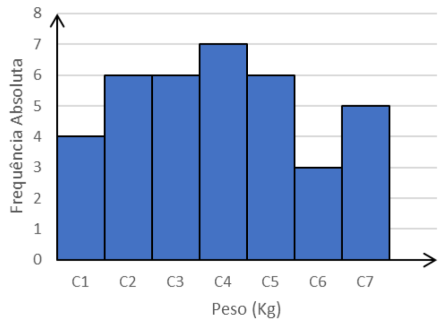


k = 7 classes

r/k = 4.1/7 = 0.5857… $\rightarrow$ h = 0.6

	Classe	n_i
C1	[16.7, 17.3)	4
C2	[17.3, 17.9)	6
C3	[17.9, 18.5)	6
C4	[18.5, 19.1)	7
C5	[19.1, 19.7)	6
C6	[19.7, 20.3)	3
C7	[20.3, 20.9)	5

Mais elucidativo: Uniforme?



A variação de padrão do histograma com o número de classes mostra um comportamento típico da distribuição Uniforme. Além disso, a variável em estudo representa pesos de crianças na mesma classe etária pelo que em nada contraria que se sugira uma distribuição Uniforme.

b) X – v.a. que representa o peso de uma criança na classe etária em questão
H_0: X $\cap$ Uniforme *vs* H_1: X $\cap$ F, F ≠ Uniforme

Como a distribuição uniforme em H_0 não está completamente especificada (é necessário estimar os parâmetros desconhecidos *a* e *b* para a distribuição U[*a*, *b*]) e n = 37 é suficientemente “grande”, vai fazer-se um teste de ajustamento do Qui-quadrado, com classes de igual probabilidade e utilizando a regra de Mann-Wald.

Estimativas de MV: $\hat{a} = x_{(1)} = 16.7$; $\hat{b} = x_{(37)} = 20.8$ ($\ell = 2$)

k = [37/5] = [7.4] = 7; $p_i = 1/7$, $e_i = 37/7$, $\forall i = 1, \ldots, 7$

<u>E.T.</u>: $X^2 = \frac{k}{n}\sum_{i=1}^{k} O_i^2 - n \underset{H_0}{\sim} \chi^2(4)$

<u>V.O.</u>: Sejam:
P_i: probabilidade acumulada até à classe i (inclusive);
L^*_i: limite superior da classe i para a distribuição U[0, 1];
L_i: limite superior da classe i para a distribuição U[$\hat{a}$, $\hat{b}$].

$P_i = L^*_i = F^{-1}_{U(0,1)}(P_i)$	$L_i = 4.1\ L^*_i + 16.7$	o_i
1/7	17.29	4
2/7	17.87	6
3/7	18.46	6
4/7	19.04	7
5/7	19.63	6
6/7	20.21	3
1	20.80	5
		37

Notas: 1. Se X $\cap$ U(*a*, *b*) então pode escrever-se X = (*b* – *a*)Y + *a*, onde Y $\cap$ U(0, 1).
2. A função de distribuição da U(0, 1) é a função identidade.

$x^2_0 = 7/37\ (16 + 3\times36 + 49 + 9 + 25) - 37 = 2.1622$

<u>Valor-p</u>: $P = P(\chi^2(4) \geq 2.1633) \Rightarrow 0.7 < P < 0.8$

<u>Decisão</u>: Rejeita-se H_0 para níveis de significância $\alpha \geq P \Rightarrow$ Não se rejeita H_0 $\forall \alpha$ usual

<u>Conclusão</u>: Os dados recolhidos fornecem evidência de que X tem uma distribuição uniforme.